

Chapitre 4 : La proportionnalité

I. La proportionnalité

Théorie : Découvrir la proportionnalité

1. Complète les tableaux de proportionnalité ci-dessous :

x	2	3	4	5	7	1
y	20	30	40	50	70	1

Pour trouver le nombre de la 2^{ème} ligne, il faut multiplier le nombre de la 1^{ère} ligne par 10....

x	2	3	4	5	8	1
y	18	27	36	45	72	9

Pour trouver le nombre de la 2^{ème} ligne, il faut multiplier le nombre de la 1^{ère} ligne par 9.....

x	2	3	4	6	8	1
y	32	48	64	96	128	16

Pour trouver le nombre de la 2^{ème} ligne, il faut multiplier le nombre de la 1^{ère} ligne par 16....

x	2	4	6	10	8	1
y	5	10	15	25	20	2,5

Pour trouver le nombre de la 2^{ème} ligne, il faut multiplier le nombre de la 1^{ère} ligne par 2,5....

x	2	3	5	7	10	1
y	16	24	40	56	80	8

Pour trouver le nombre de la 2^{ème} ligne, il faut multiplier le nombre de la 1^{ère} ligne par 8.....

x	2	4	6	7	10	1
y	14	28	42	49	70	7

Pour trouver le nombre de la 2^{ème} ligne, il faut multiplier le nombre de la 1^{ère} ligne par 7....

2. Résous les problèmes suivants en utilisant un tableau de proportionnalité.

a) Dans une laiterie, on utilise 20 litres de lait pour faire 3,2 kg de fromage.

Quelle quantité de fromage fera-t-on avec 50 litres de lait ?

Quelle quantité de lait faut-il pour faire 13,5 kg de fromage ?

x L de lait	20	50	84,375
y kg Fromage	3,2	8	13,5

$\cdot \frac{y}{x} = \frac{3,2}{20} = 0,16$

b) Pour un achat de 240 € un commerçant effectue une remise de 48 €.

Quel sera le montant de la remise pour un achat de 385 € ?

Quel était le montant de l'achat si la remise est de 62€ ?

x Achat	240	385	310
y Remise	48	77	62

$\cdot \frac{y}{x} = \frac{48}{240} = 0,2$

c) En 2 heures, Pierre parcourt 180 km.

En gardant la même vitesse, combien de kilomètres aura-t-il parcouru après 5 heures ?

En gardant la même vitesse, combien de temps lui faudra-t-il pour parcourir 270 km ?

x Heure	2	5	3
y km	180	450	270

$\cdot \frac{y}{x} = \frac{90}{1} = 90$

d) Un peintre a peint 3 pièces de même superficie d'une maison en 9 jours.

De combien de jours aura-t-il besoin pour peindre 5 pièces de même superficie ?

Combien de pièces de même superficie, parviendra-t-il à peindre en 45 jours ?

x pièces	3	5	15
y jours	9	15	45

$\cdot \frac{y}{x} = \frac{9}{3} = 3$

e) Pour réaliser 5 bouquets de fleurs, une fleuriste utilise 20 roses.

Combien lui faut-il de roses pour réaliser 12 bouquets de fleurs ?

Combien de bouquets de fleurs pourra-t-elle réaliser avec 80 roses ?

x bouquet	5	12	20
y roses	20	48	80

$\cdot \frac{y}{x} = \frac{20}{5} = 4$

II. Grandeurs proportionnelles ou non

Théorie: Grandeurs proportionnelles ou non

3. Pour chacun des tableaux suivants, détermine s'il s'agit ou non d'un tableau de proportionnalité:

x	5	8	10	19
y	12	19,2	24	45,6

$$\frac{y}{x} = \frac{12}{5} \stackrel{?}{=} \frac{19,2}{8} \stackrel{?}{=} \frac{24}{10} \stackrel{?}{=} \frac{45,6}{19} \Rightarrow 2,4 = 2,4 = 2,4 = 2,4 \quad \text{Oui}$$

x	3,4	7,5	19	15,6
y	6,8	15	9,5	31,2

$$\frac{y}{x} = \frac{6,8}{3,4} \stackrel{?}{=} \frac{15}{7,5} \stackrel{?}{=} \frac{9,5}{19} \stackrel{?}{=} \frac{31,2}{15,6} \Rightarrow 2 = 2 \neq \frac{1}{2} \neq 2 \quad \text{Non}$$

x	18	54	81
y	4	12	18

$$\frac{y}{x} = \frac{4}{18} \stackrel{?}{=} \frac{12}{54} \stackrel{?}{=} \frac{18}{81} \Rightarrow 0,22 = 0,22 = 0,22 \quad \text{Oui}$$

x	12	11	9
y	192	176	154

$$\frac{y}{x} = \frac{192}{12} = \frac{176}{11} = \frac{154}{9} \Rightarrow 16 = 16 \neq 17,11 \quad \text{Non}$$

x	5	10	20
y	6	12	28

$$\frac{y}{x} = \frac{6}{5} = \frac{12}{10} = \frac{28}{20} \Rightarrow 1,2 = 1,2 \neq 1,4 \quad \text{Non}$$

x	5	7	11
y	15	21	30

$$\frac{y}{x} = \frac{15}{5} = \frac{21}{7} = \frac{30}{11} \Rightarrow 3 = 3 \neq 2,7 \quad \text{Non}$$

4. Parmi les situations suivantes, quelles sont celles qui représentent une situation de proportionnalité ? Justifie à l'aide d'un tableau.

- a) Samuel achète 2 mètres de corde qui coûte 2,30 € le mètre.

m	1	2
€	2,30	4,60

Oui, c'est un tableau de proportionnalité

- b) Daniel a planté dans son potager 8 plants de tomates et a récolté 14kg. L'an passé, il en avait planté 12 et avait récolté 18 kg de tomates. L'année prochaine, il en plantera 10 et espère récolter 16 kg de tomate.

plants	8	12	10
kg	14	18	16

Non, ce n'est pas un tableau de proportionnalité

- c) A 6 ans, Paul chaussait du 30. A 18 ans, il chaussait du 42.

Année	6	18
Pointure	30	42

Non, ce n'est pas un tableau de proportionnalité

- d) Un loueur de DVD propose la formule d'abonnement suivante : « 10 € d'adhésion par an, puis 2 € par DVD loué ».

DVD	1	2	3
prix	12	14	16

Non, ce n'est pas un tableau de proportionnalité

- e) Chaque entrée à la piscine coûte 2,5 €.

entrée	1	2	3
prix	2,5	5	7,5

Oui, c'est un tableau de proportionnalité.

- f) J'ai acheté 6 bouteilles d'eau au prix de 0,75€ la bouteille.

bouteilles	1	6
prix	0,75	4,5

Oui, c'est un tableau de proportionnalité.

5. Réponds par vrai ou faux :

a) L'affranchissement d'une lettre est proportionnel à sa masse.

Vrai

b) La masse d'un paquet de feuilles de papier est proportionnelle au nombre de feuilles.

Vrai

c) Le prix d'une voiture est proportionnel à sa masse.

Faux

d) Le salaire d'un professeur est proportionnel au nombre d'élèves de sa classe.

Faux

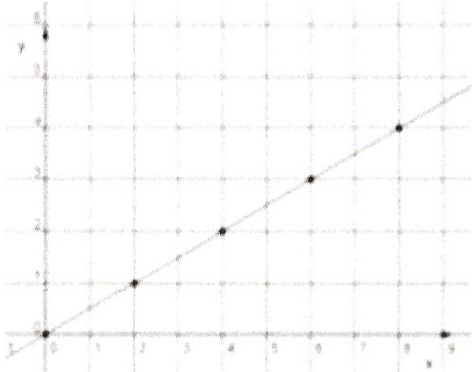
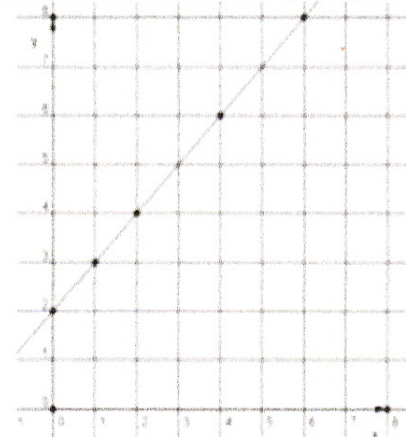
e) Le nombre de mails reçus par jour est proportionnel au nombre de contacts.

Faux

f) Le temps pour remplir une piscine avec le même débit est proportionnel à son volume.

Vrai

6. Pour chaque graphique, complète le tableau des valeurs pour x et y et entoure la formule qui lui correspond.

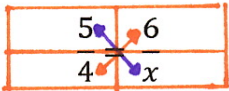
Graphique	Tableau	Formule												
	<table><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>4</td><td>2</td></tr><tr><td>6</td><td>3</td></tr><tr><td>8</td><td>4</td></tr></table>	x	y	0	0	2	1	4	2	6	3	8	4	$y = 2x$ $y = x$ $y = 2x + 1$ $y = x + 2$ <u>$y = 1/2 x$</u>
x	y													
0	0													
2	1													
4	2													
6	3													
8	4													
	<table><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>0</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>4</td><td>6</td></tr><tr><td>6</td><td>8</td></tr></table>	x	y	0	2	1	3	2	4	4	6	6	8	$y = 2x$ $y = x$ $y = 2x + 1$ <u>$y = x + 2$</u> $y = 1/2 x$
x	y													
0	2													
1	3													
2	4													
4	6													
6	8													

→ test

III. Les proportions

Théorie : Les proportions

7. Résous les équations suivantes en utilisant la propriété fondamentale des proportions.

 $\frac{5}{4} = \frac{6}{x}$ $5 \cdot x = 4 \cdot 6$ $5 \cdot x = 24$ $x = \frac{24}{5}$ $x = 4,8$	$\frac{x}{-3} = \frac{-5}{7}$ $x \cdot 7 = (-3) \cdot (-5)$ $x \cdot 7 = 15$ $x = \frac{15}{7}$ $x = 2,14$	$\frac{3}{x} = \frac{7}{2}$ $3 \cdot 2 = 7 \cdot x$ $6 = 7 \cdot x$ $\frac{6}{7} = x$ $0,86 = x$
$\frac{10}{3} = \frac{10}{x}$ $10 \cdot x = 3 \cdot 10$ $10 \cdot x = 30$ $x = \frac{30}{10}$ $x = 3$	$\frac{9}{8} = \frac{x}{4}$ $9 \cdot 4 = 8 \cdot x$ $36 = 8 \cdot x$ $\frac{36}{8} = x$ $\frac{9}{2} = x$ $x = 4,5$	$\frac{12}{5} = \frac{x}{30}$ $12 \cdot 30 = 5 \cdot x$ $360 = 5 \cdot x$ $\frac{360}{5} = x$ $72 = x$
$\frac{5}{9} = \frac{x}{7}$ $5 \cdot 7 = 9 \cdot x$ $35 = 9 \cdot x$ $\frac{35}{9} = x$ $3,89 = x$	$\frac{8}{3} = \frac{9}{x}$ $8 \cdot x = 3 \cdot 9$ $8 \cdot x = 27$ $x = \frac{27}{8}$ $x = 3,38$	$\frac{x}{-3} = \frac{-5}{5}$ $x \cdot 5 = -3 \cdot (-5)$ $x \cdot 5 = 15$ $x = \frac{15}{5}$ $x = 3$

8. Résous les problèmes suivants en utilisant la propriété fondamentale des proportions :

a) J'ai acheté 12 m de ruban pour 5,40 €. Combien coûte 7 m de ruban ?

$$\begin{array}{lcl}
 \text{m} & \rightarrow & \frac{12}{5,4} = \frac{7}{x} \\
 \text{€} & \rightarrow & \\
 & & 12 \cdot x = 7 \cdot 5,4 \\
 & & 12 \cdot x = 37,8 \\
 & & x = \frac{37,8}{12} \\
 & & x = 3,15
 \end{array}$$

7 m de ruban coûte 3,15 €.

b) Deux piquets ont été plantés dans mon jardin. Le 1^{er} mesure 80 cm et la longueur de son ombre est de 120 cm. Détermine la longueur de l'ombre du 2^{ème} piquet si tu sais qu'il mesure 30 cm.

$$\begin{array}{lcl}
 \text{piquet} & \rightarrow & \frac{80}{120} = \frac{30}{x} \\
 \text{ombre} & \rightarrow & \\
 & & 80 \cdot x = 120 \cdot 30 \\
 & & 80 \cdot x = 3600 \\
 & & x = \frac{3600}{80} \\
 & & x = 45
 \end{array}$$

La longueur de l'ombre est de 45 cm.

c) Deux bâtons sont tenus verticalement dans la cour. Le 1^{er} mesure 3,3 cm et la longueur de son ombre est de 2,2 cm. Détermine la longueur de l'ombre du 2^{ème} piquet si tu sais qu'il mesure 2,1 cm.

$$\begin{array}{lcl}
 \text{piquet} & \rightarrow & \frac{3,3}{2,2} = \frac{2,1}{x} \\
 \text{ombre} & \rightarrow & \\
 & & 3,3 \cdot x = 2,2 \cdot 2,1 \\
 & & 3,3 \cdot x = 4,62 \\
 & & x = \frac{4,62}{3,3} \\
 & & x = 1,4
 \end{array}$$

La longueur de l'ombre est de 1,4 cm.

d) Pour maçonner un mur de briques de 5m², il faut 100l de mortier. Quelle quantité de mortier faudra-t-il pour maçonner un mur de 20 m² ?

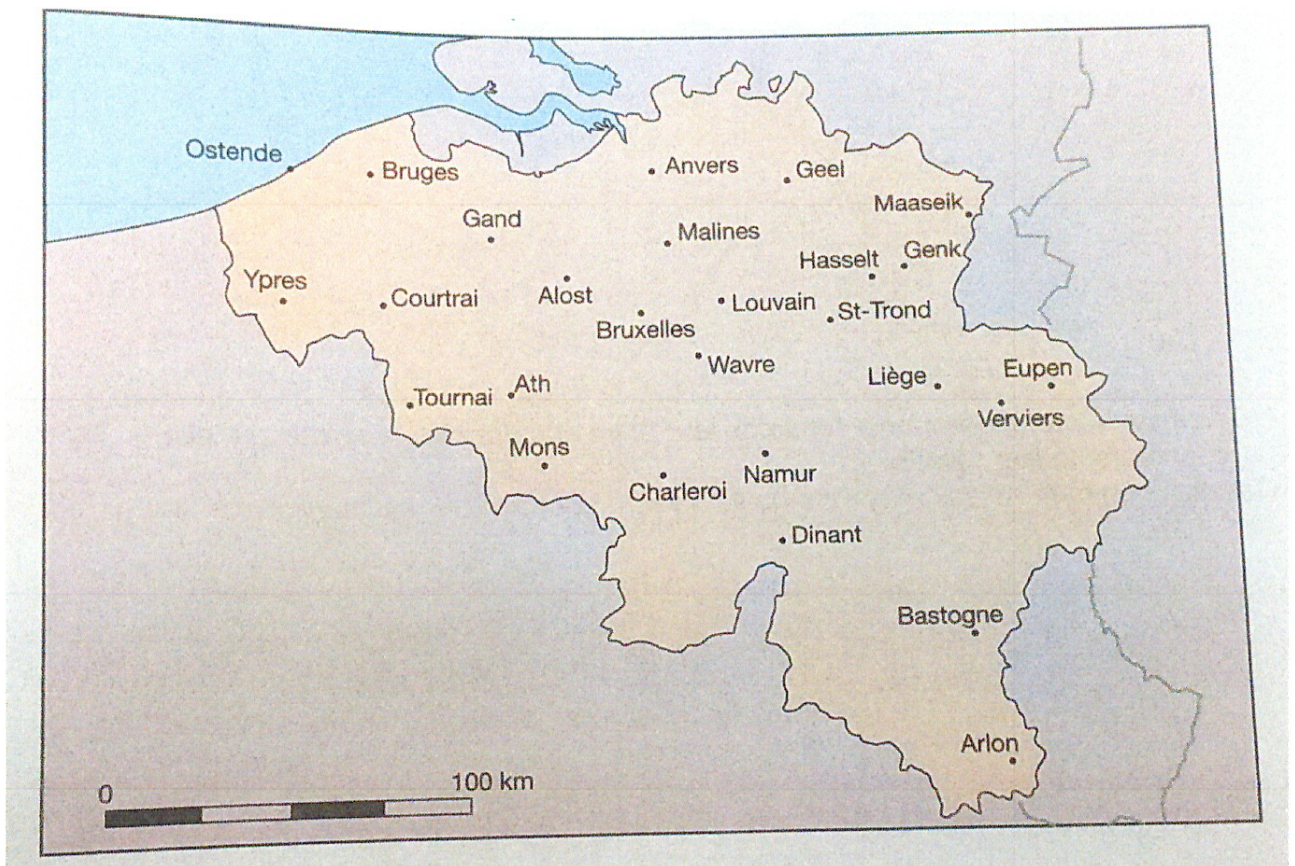
$$\begin{array}{lcl}
 \text{m}^2 & \rightarrow & \frac{5}{100} = \frac{20}{x} \\
 \text{matier} & \rightarrow & \\
 & & 5 \cdot x = 20 \cdot 100 \\
 & & 5 \cdot x = 2000 \\
 & & x = \frac{2000}{5} \\
 & & x = 400
 \end{array}$$

Il faudra 400l de matier.

IV. L'échelle

Théorie : La règle de trois

9. Voici une carte illustrant les principales villes de Belgique. Détermine la distance à vol d'oiseau, au km près, entre les villes citées ci-dessous en utilisant la règle de trois.



a) Bruges et Arlon :
(12 cm)

$$\begin{array}{l} 5 \text{ cm} \rightarrow 100 \text{ km} \\ 1 \text{ cm} \rightarrow 20 \text{ km} \\ 12 \text{ cm} \rightarrow 240 \text{ km} \end{array}$$

La distance à vol d'oiseau entre Bruges et Arlon est de 240 km

b) Bruxelles et Namur :
(2,5 km)

$$\begin{array}{l} \begin{array}{l} :5 \\ \downarrow \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 5 \text{ km} \rightarrow 100 \text{ km} \\ 1 \text{ km} \rightarrow 20 \text{ km} \end{array} \right. \begin{array}{l} :5 \\ \downarrow \end{array} \\ \begin{array}{l} :2,5 \\ \downarrow \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 2,5 \text{ km} \rightarrow 50 \text{ km} \end{array} \right. \begin{array}{l} \cdot 2,5 \end{array} \end{array}$$

La distance à vol d'oiseau entre Bruxelles et Namur est de 50 km.

c) Liège et Ostende :
(9,3 km)

$$\begin{array}{l} \begin{array}{l} :5 \\ \downarrow \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 5 \text{ km} \rightarrow 100 \text{ km} \\ 1 \text{ km} \rightarrow 20 \text{ km} \end{array} \right. \begin{array}{l} :5 \\ \downarrow \end{array} \\ \begin{array}{l} :9,3 \\ \downarrow \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 9,3 \text{ km} \rightarrow 186 \text{ km} \end{array} \right. \begin{array}{l} \cdot 9,3 \end{array} \end{array}$$

La distance à vol d'oiseau entre Liège et Ostende est de 186 km.

d) Charleroi et Bastogne :
(4,8 km)

$$\begin{array}{l} \begin{array}{l} :5 \\ \downarrow \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 5 \text{ km} \rightarrow 100 \text{ km} \\ 1 \text{ km} \rightarrow 20 \text{ km} \end{array} \right. \begin{array}{l} :5 \\ \downarrow \end{array} \\ \begin{array}{l} :4,8 \\ \downarrow \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 4,8 \text{ km} \rightarrow 96 \text{ km} \end{array} \right. \begin{array}{l} \cdot 4,8 \end{array} \end{array}$$

La distance à vol d'oiseau entre Charleroi et Bastogne est de 96 km.

e) Liège et Gand :
(6,5 km)

$$\begin{array}{l} \begin{array}{l} :5 \\ \downarrow \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 5 \text{ km} \rightarrow 100 \text{ km} \\ 1 \text{ km} \rightarrow 20 \text{ km} \end{array} \right. \begin{array}{l} :5 \\ \downarrow \end{array} \\ \begin{array}{l} :6,5 \\ \downarrow \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 6,5 \text{ km} \rightarrow 130 \text{ km} \end{array} \right. \begin{array}{l} \cdot 6,5 \end{array} \end{array}$$

La distance à vol d'oiseau entre Liège et Gand est de 130 km.

